Решение экзаменационных вариантов по математике (2007 г.)

Вариант 2007.1

Задача 1. Найти точку пересечения прямых

$$2x+3y=8 \quad \textit{и} \quad 3x-2y=-1.$$

1) (-2;4) 2) (-1;3) 3) (-1;-2) 4) (1;2) 5) (2;1)

Решение.
Координатами искомой точки будет решение системы уравнений, задающих пересекающиеся прямые:

$$\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 3x-2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=16 \\ 9x-6y=-3 \end{cases} \Rightarrow 13x=13, \quad x=1, \quad y=2.$$

Следовательно, правильный ответ приведен под номером 4.
Ответ: 4.

Задача 2. Вычислить

$$\sqrt[4]{40}\cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}}.$$

1) 8 2) 10 3) 2 4) 4 5) 7

Решение.
Заменим корень рациональной степенью, а деление – умножением на обратное число:

$$\sqrt[4]{40}\cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = 40^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{3}{4}} = (8\cdot 5)^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{3}{4}} =$$

$$= (2^3\cdot 5)^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}}\cdot 5^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2\cdot 5 = 10.$$

Таким образом, номер правильного ответа – 2.
Ответ: 2.

Задача 3. Определить количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{3x+2}{x^2+x-2} < -1.$$

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4

Решение.
Перенесем -1 в левую часть неравенства и приведем левую часть к общему знаменателю:

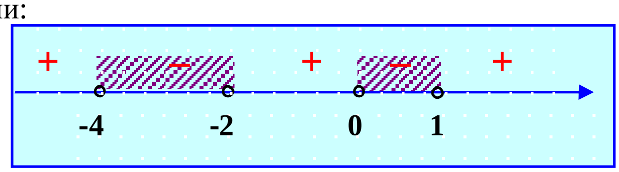
$$\frac{3x+2}{x^2+x-2}+1<0, \quad \frac{x^2+4x}{x^2+x-2}<0.$$

Найдем корни числителя и знаменателя и применим метод интервалов:

$x^2+4x=0 \Rightarrow x=0, \quad x=-4$ – корни числителя;

$x^2+x-2=0 \Rightarrow x=1, \quad x=-2$ – корни знаменателя.

Определим знак дроби, стоящей в левой части неравенства, на интервалах, разделенных полученными точками:



Итак, решение неравенства – объединение интервалов $(-4;-2)\cup(0;1)$. Оно содержит только одно целое число: -3. Поэтому правильным ответом является ответ 2.
Ответ: 2.

Задача 4. Решить уравнение

$$\sqrt{x\,|\,x-8\,|}=x-|\,x-8\,|.$$

1) $\left\{\frac{20+4\sqrt{5}}{5},\ 4+4\sqrt{5}\right\}$ 2) $\left\{\frac{3+4\sqrt{5}}{2},\ 3+4\sqrt{5}\right\}$ 3) $9+\sqrt{3}$
4) $8+\sqrt{2}$ 5) $7+\sqrt{3}$

Решение.
Рассмотрим два случая, определяемых знаком подмодульного выражения:
1) $x-8\ge 0 \Rightarrow |\,x-8\,|=x-8;$

$\sqrt{x(x-8)}=x-(x-8),\quad \sqrt{x^2-8x}=8,$

$$\begin{cases} x^2-8x=64 \\ x\ge 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4\pm 4\sqrt{5} \\ x\ge 8 \end{cases} \Rightarrow x=4+4\sqrt{5}.$$

2) $x-8\le 0 \Rightarrow |\,x-8\,|=-x+8;$

$\sqrt{x(-x+8)}=x+(x-8),\quad \sqrt{-x^2+8x}=2x-8,$

$$\begin{cases} -x^2+8x=4x^2-32x+64 \\ 2x-8\ge 0 \\ x-8\le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x^2-40x+64=0 \\ x\ge 4 \\ x\le 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{20\pm 4\sqrt{5}}{5} \\ 4\le x\le 8 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{20+4\sqrt{5}}{5}.$$

Объединяя полученные решения, получаем ответ 1.
Ответ: 1.

Задача 5. Найти наибольшее целочисленное решение неравенства

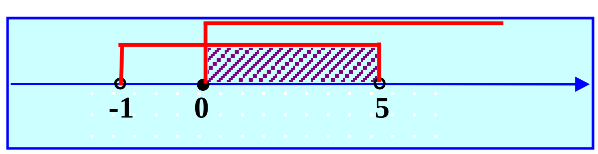
$$\frac{6^{\sqrt{x}}}{x+1}>6^{\sqrt{x}-1}.$$

1) 0 2) 4 3) 3 4) 2 5) 5

Решение.
Отметим, что $6^{\sqrt{x}}>0$ для любого неотрицательного *x*, поэтому можно разделить обе части неравенства на $6^{\sqrt{x}}$ и перейти к решению системы неравенств

$$\begin{cases} x\ge 0 \\ \dfrac{1}{x+1}>\dfrac{1}{6}\Rightarrow\dfrac{5-x}{6(x+1)}>0 \end{cases}.$$

Решение второго неравенства – интервал (-1; 5). Пересечение решений имеет вид:



Число 5 в решение не входит, значит, наибольшее целочисленное решение: 4 (ответ 2).
Ответ: 2.

Задача 6. Решить уравнение

$$2tg^2 x - 3\cos^2 x + 3 = 0.$$

1) πn 2) $2\pi n$ 3) $\pi + 2\pi n$ 4) $\left\{\pi n, \pm\arccos\frac{2}{3} + 2\pi n\right\}$ 5) $\left\{2\pi n, \pm\arccos\frac{1}{3} + 2\pi n\right\}$

Решение.
ОДЗ: $\cos x \neq 0$. Применим формулу

$$tg^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

и сделаем замену $t = \cos^2 x$:

$$\frac{2}{t} - 3t + 1 = 0, \quad 3t^2 - t - 2 = 0, \quad t_1 = 1, \quad t_2 = -\frac{2}{3} < 0 \quad -$$

посторонний корень. После обратной замены получаем:

$$\cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = 0, \quad x = \pi n.$$

Следовательно, верен ответ номер 1.
Ответ: 1.

Задача 7. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{2}}{2} x^{\log_2 x + 2} \leq x^2.$$

1) $[1;2]$ 2) $\left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$ 3) $\left[2^{-\frac{1}{\sqrt{2}}};2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right]$ 4) $[4;8]$ 5) $\left[\frac{1}{16};\frac{1}{8}\right]$

Решение.
ОДЗ: $x > 0$. Следовательно, обе части неравенства положительны, поэтому можно прологарифмировать их по основанию 2 (знак неравенства при этом не изменится, так как логарифмическая функция с основанием, большим единицы, является возрастающей). Получим:

$$\log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} x^{\log_2 x + 2}\right) \leq \log_2\left(x^2\right), \quad \log_2\frac{\sqrt{2}}{2} + \log_2 x^{\log_2 x + 2} \leq 2\log_2 x,$$

$$\log_2 2^{-\frac{1}{2}} + (\log_2 x + 2)\log_2 x - 2\log_2 x \leq 0, \quad -\frac{1}{2} + \log_2^2 x \leq 0,$$

$$\log_2^2 x \leq \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_2 x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 2^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq x \leq 2^{\frac{1}{\sqrt{2}}},$$

что соответствует ответу 3.
Ответ: 3.

Задача 8. При каких значениях параметра *a* модуль разности корней уравнения

$$2x^2 - 6x + 1 - a = 0$$

не превосходит 10?
1) [5; 46] 2) [-3.5; 46,5] 3) [6; 47] 4) [-2,5; 42] 5) [4; 40]

Решение.
Определим, как выражается модуль разности корней через коэффициенты квадратного уравнения общего вида:

$$ax^2+bx+c=0,\quad x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$$

$$|x_1-x_2|=\left|\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right|=\left|\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{a}\right|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}.$$

Соответственно для данного уравнения

$$\sqrt{b^2-4ac}=\sqrt{36-8(1-a)}=2\sqrt{2a+7},\quad |x_1-x_2|=\frac{2\sqrt{2a+7}}{2}=\sqrt{2a+7}.$$

Учитывая, что для существования корней необходимо, чтобы дискриминант был неотрицательным, получаем систему неравенств для a:

$$\begin{cases}2a+7\ge 0\\ \sqrt{2a+7}\le 10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\ge -3,5\\ 2a+7\le 100\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\ge -3,5\\ a\le 46,5\end{cases}\Rightarrow -3,5\le a\le 46,5.$$

Итак, номер правильного ответа – 2.

Ответ: 2.

Задача 9. Имеется треугольник с длинами сторон 9 см, 12 см и 18 см. Найти радиус окружности, описанной около треугольника, одна из сторон которого является медианой большей стороны заданного треугольника, а две другие стороны равны 9 см и 12 см.

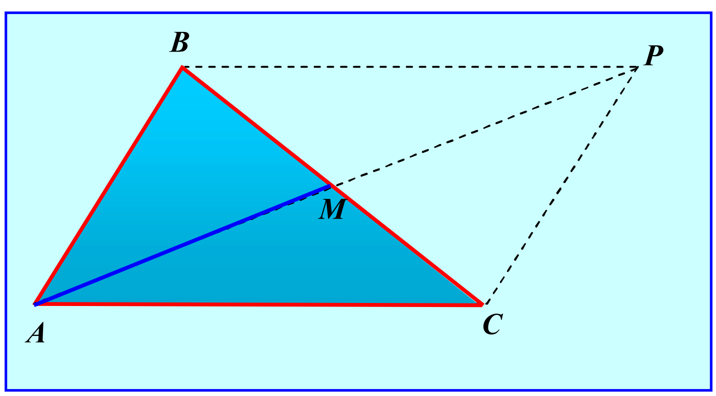
1) $\frac{33}{2}$ см 2) $\frac{36\sqrt{130}}{65}$ см 3) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ см 4) $\frac{9\sqrt{34}}{8}$ см 5) $\frac{18\sqrt{35}}{17}$ см

Решение.

Как известно, радиус окружности, описанной около треугольника, выражается формулой

$$R=\frac{abc}{4S},$$

где a, b, c – стороны треугольника, а S – его площадь. Найдем третью сторону треугольника, для которого нужно найти радиус описанной окружности, то есть медиану исходного треугольника, проведенную к стороне длиной 18 см.



Продолжим медиану AM до точки P на отрезок MP = AM и проведем отрезки BP и PM. Четырехугольник $ABPC$ является параллелограммом (так как его диагонали в точке пересечения делятся пополам), поэтому сумма квадратов его диагоналей равна сумме квадратов длин сторон:

$$AP^2+BC^2=2(AB^2+AC^2),\quad (2AM)^2+18^2=2(9^2+12^2),$$

$$4AM^2=126,\quad AM=\sqrt{\frac{126}{4}}=3\sqrt{\frac{7}{2}}.$$

Теперь найдем площадь треугольника со сторонами 9, 12, $3\sqrt{\frac{7}{2}}$ по формуле Герона:

$$p=\frac{1}{2}\left(9+12+3\sqrt{\frac{7}{2}}\right)=\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}};$$

$$S=\sqrt{\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}\right)\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}-9\right)\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}-12\right)\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}-3\sqrt{\frac{7}{2}}\right)}=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}\right)\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}\right)\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{21}{2}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}\right)}=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{441}{4}-\frac{63}{8}\right)\left(\frac{63}{8}-\frac{9}{4}\right)}=\sqrt{\frac{819}{8}\cdot\frac{45}{8}}=\frac{9\sqrt{455}}{8}.$$

$$R=\frac{9\cdot 12\cdot 3\sqrt{\frac{7}{2}}}{4\cdot\frac{9\sqrt{455}}{8}}=72\sqrt{\frac{7}{910}}=\frac{72}{\sqrt{130}}=\frac{72\sqrt{130}}{130}=\frac{36\sqrt{130}}{65}.$$

Ответ: 2.

Задача 10. Найти сумму корней уравнения

$$\frac{\cos(x+1)}{\sin(x+2)}\sqrt{\frac{4-x^2}{x^4}}=0.$$

1) $-p$ 2) 2 3) $\frac{p}{2}+1$ 4) $2-p$ 5) 1,5

Решение.

Зададим ОДЗ:

$$\begin{cases}\sin(x+2)\neq 0\\ \dfrac{4-x^2}{x^4}\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq -2+pn\\ x\in[-2;0)\cup(0;2]\end{cases}\Rightarrow x\in(-2;0)\cup(0;p-2)\cup(p-2;2].$$

Найдем корни каждого множителя левой части равенства:

$$\cos(x+1)=0\Rightarrow x+1=\frac{p}{2}+pn,\quad x=\frac{p}{2}-1+pn.$$

Из полученной серии корней в ОДЗ входит только один: $\frac{p}{2}-1$.

$4-x^2=0\Rightarrow x=2,\quad x=-2$ (не входит в ОДЗ).

Таким образом, уравнение имеет два корня: $\frac{p}{2}-1$ и 2, сумма которых равна $\frac{p}{2}+1$ (ответ 3).

Ответ: 3.

Вариант 2007.26

Задача 1. Найти целочисленное решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy = 8, \\ x + 2y = 6. \end{cases}$$

1) (10; -2) 2) (8; -1) 3) (4; 1) 4) (2; 2) 5) 12; -3)

Решение.

Выразим из второго уравнения системы x через y и сделаем подстановку:

$$\begin{cases} x = 6 - 2y \\ (6-2y)^2 - 2y(6-2y) = 8 \end{cases} \Rightarrow 8y^2 - 36y + 28 = 0,$$

$$2y^2 - 9y + 7 = 0, \quad y_1 = 1, \quad y_2 = \frac{7}{2} \ - \ \textit{не целое}.$$

$$x = 6 - 2 = 4.$$

Итак, правильный ответ дан под номером 3.

Ответ: 3.

Задача 2.

Решить неравенство

$$\left|\frac{2-x}{3x+1}\right| > 1.$$

1) $\left(-\frac{7}{2};-\frac{2}{3}\right)\cup\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{5}\right)$ 2) $\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{6}\right)\cup\left(-\frac{1}{7};1\right)$ 3) $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right)\cup\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)$

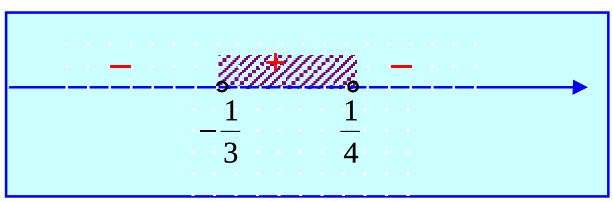
4) $\left(-1;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{4};2\right)$ 5) $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{8}\right)\cup\left(-\frac{1}{9};2\right)$

Решение.

Неравенство $|a| > 1$ сводится к совокупности неравенств $a > 1$ и $a < -1$. Рассмотрим каждый случай отдельно:

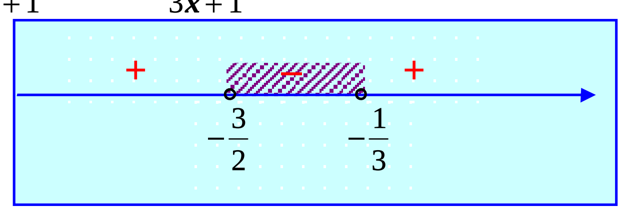
1) $\frac{2-x}{3x+1} > 1, \quad \frac{2-x}{3x+1} - 1 > 0, \quad \frac{1-4x}{3x+1} > 0.$

Применим метод интервалов:



Итак, решением для этого случая является интервал $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)$.

2) $\frac{2-x}{3x+1} < -1, \quad \frac{2-x}{3x+1} + 1 < 0, \quad \frac{2x+3}{3x+1} < 0.$



С помощью метода интервалов получаем решение: $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right)$.

Объединяя оба решения, находим окончательный ответ: $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right)\cup\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)$ (ответ 3).

Ответ: 3.

Задача 3. Найти сумму корней уравнения

$$\sqrt{\frac{x}{x+1}}+6\sqrt{\frac{x+1}{x}}=5.$$

1) 2 2) 3 3) $-\frac{34}{27}$ 4) $-\frac{59}{24}$ 5) $\frac{33}{32}$

Решение.

Сделаем замену: $t=\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ $(t>0)$ и решим уравнение для t:

$t+\frac{6}{t}=5,\quad t^2-5t+6=0,\quad t_1=2,\quad t_2=3.$

1) $\sqrt{\frac{x}{x+1}}=2,\quad \frac{x}{x+1}=4,\quad 3x+4=0,\quad x_1=-\frac{4}{3}.$

2) $\sqrt{\frac{x}{x+1}}=3,\quad \frac{x}{x+1}=9,\quad 8x+9=0,\quad x_2=-\frac{9}{8}.$

$x_1+x_2=-\frac{4}{3}-\frac{9}{8}=-\frac{59}{24}.$

Следовательно, верным является ответ 4.

Ответ: 4.

Задача 4. Решить уравнение

$$\sin^2 x+\cos x\cos 3x=\frac{1}{4}.$$

1) $\pm\frac{p}{6}+pn$ 2) $\left\{\pm\frac{p}{6}+pn;\pm\frac{p}{3}+pn\right\}$ 3) $\left\{\pm\frac{p}{3}+pn;pn\right\}$

4) $\left\{\pm\frac{p}{4}+pn;\frac{pn}{2}\right\}$ 5) $\pm\frac{p}{3}+pn$

Решение.

Применим формулы

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}\quad \textit{и}\quad \cos a\cos b=\frac{1}{2}\left(\cos(a+b)+\cos(a-b)\right):$$

$$\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}(\cos 4x+\cos 2x)=\frac{1}{4},$$

$$1-\cos 2x+\cos 4x+\cos 2x=\frac{1}{2},$$

$$\cos 4x=-\frac{1}{2},\quad 4x=\pm\frac{2p}{3}+2pn,\quad x=\pm\frac{p}{6}+\frac{pn}{2}.$$

Другой формой этого множества является ответ 2: $\left\{\pm\frac{p}{6}+pn;\pm\frac{p}{3}+pn\right\}$.

Ответ: 2.

Задача 5. Решить неравенство

$$\log_{\frac{4x+1}{3x-2}} 2 < 0.$$

1) $(-5;-2)$ 2) $(-4;-1)$ 3) $\left(-3;-\frac{1}{4}\right)$ 4) $\left(-6;-\frac{1}{2}\right)$ 5) $\left(-7;-\frac{1}{3}\right)$

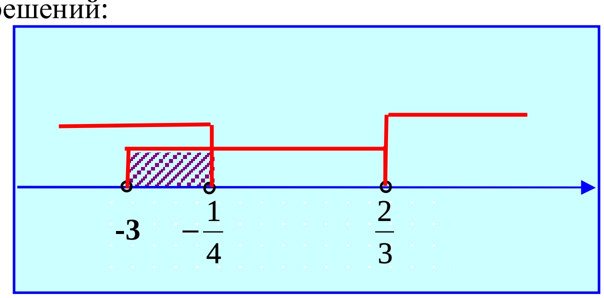
Решение.

Воспользуемся формулой $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ и запишем неравенство в виде

$$\frac{1}{\log_2 \frac{4x+1}{3x-2}} < 0 \Rightarrow \log_2 \frac{4x+1}{3x-2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{4x+1}{3x-2} > 0 \\ \frac{4x+1}{3x-2} < 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4x+1}{3x-2} > 0 \\ \frac{x+3}{3x-2} < 0 \end{cases}.$$

Решим каждое из неравенств, входящих в последнюю систему, методом интервалов, и найдем пересечение решений:



Таким образом, ответ: $\left(-3;-\frac{1}{4}\right)$ – ответ номер 3.

Ответ: 3.

Задача 6. Вычислить

$$\frac{\sin 3a + \cos 2a - \sin a}{2\sin a + 1}$$

при $a = \frac{p}{8}$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 4) $\frac{1}{4}$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Решение.

$$\sin 3a - \sin a = 2\sin a \cos 2a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 3a + \cos 2a - \sin a}{2\sin a + 1} = \frac{2\sin a \cos 2a + \cos 2a}{2\sin a + 1} =$$

$$= \frac{\cos 2a\,(2\sin a + 1)}{2\sin a + 1} = \cos 2a = \cos\frac{p}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: 5.

Задача 7. Цену на автомобиль поднимали два раза: сначала на 25%, а затем на 20%. Во сколько раз новая цена на автомобиль больше первоначальной цены?

1) 1,2 2) 1,4 3) 1,5 4) 1,65 5) 1,7

Решение.

Пусть A – первоначальная цена автомобиля. Тогда цена после первого повышения составит 125%A = 1,25A, а после второго повышения: 120%(1,25A) = 1,2·1,25A = 1,5A.

Ответ: 3.

Задача 8. Для решения (x, y) системы уравнений

$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2, \\ x^2 + y = 42 \end{cases}$$

найти $x^2 + y^2$.

1) 36 2) 48 3) 72 4) 96 5) 108

Решение.

ОДЗ: $x > 0, \quad y > 0, \quad x \neq 1, \quad y \neq 1.$

Сделаем в первом уравнении замену $t = \log_x y$, тогда $\log_y x = \dfrac{1}{\log_x y} = \dfrac{1}{t}$, и первое уравнение примет вид:

$$t + \frac{1}{t} = 2, \quad t^2 - 2t + 1 = 0, \quad t = 1, \quad \log_x y = 1, \quad y = x.$$

Подставим $y = x$ во второе уравнение:

$$x^2 + x - 42 = 0, \quad x_1 = 6, \quad x_2 = -7 < 0 \quad -$$

посторонний корень. Следовательно, $x^2 + y^2 = 36 + 36 = 72$ (ответ 3).

Ответ: 3.

Задача 9. В прямоугольном треугольнике найти отношение радиусов вписанной и описанной окружностей, если отношение катетов равно 2:3.

1) $\dfrac{3\sqrt{7}-7}{7}$ 2) $\dfrac{5\sqrt{13}-13}{13}$ 3) $\dfrac{4\sqrt{7}-7}{7}$ 4) $\dfrac{5\sqrt{11}-11}{11}$ 5) $\dfrac{6\sqrt{17}-17}{17}$

Решение.

Обозначим катеты треугольника 2a и 3a, тогда его гипотенуза равна $\sqrt{4a^2 + 9a^2} = a\sqrt{13}$. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы, то есть $R = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. Радиус вписанной окружности равен отношению площади треугольника к его полупериметру. Учитывая, что площадь равна половине произведения катетов, найдем r:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^2, \quad r = \frac{S}{p} = \frac{3a^2}{\frac{1}{2}\left(2a + 3a + a\sqrt{13}\right)} = \frac{6a}{5 + \sqrt{13}};$$

$$\frac{r}{R} = \frac{6a}{5 + \sqrt{13}} : \frac{a\sqrt{13}}{2} = \frac{12}{5\sqrt{13} + 13} = \frac{12\left(5\sqrt{13} - 13\right)}{25 \cdot 13 - 13^2} = \frac{12\left(5\sqrt{13} - 13\right)}{12 \cdot 13} = \frac{5\sqrt{13} - 13}{13}.$$

Ответ: 2.

Задача 10. Найти значение параметра a, при котором прямая $y = 2x + a$ является касательной к линии

$$(3x+1)^2+(2y-1)^2=1.$$

1) $\left\{\frac{3}{4};3\right\}$ 2) $\left\{\frac{1}{3};2\right\}$ 3) $\left\{\frac{5}{16};1\right\}$ 4) $\left\{\frac{1}{8};\frac{22}{7}\right\}$ 5) $\left\{\frac{4}{5};\frac{7}{2}\right\}$

Решение.

Условием того, что прямая $y=kx+b$ касается графика функции $y = f(x)$ при $x = x_0$, является выполнение двух условий:

$$\begin{cases} f(x_0)=kx_0+b \\ f'(x_0)=k \end{cases}.$$

Уравнение $(3x+1)^2+(2y-1)^2=1$ задает две функции:

$y=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1-(3x+1)^2}\right)=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{-9x^2-6x}\right)$ и $y=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{-9x^2-6x}\right)$.

Обе они определены при условии, что

$$-9x^2-6x\ge 0 \Rightarrow x\in\left[-\frac{2}{3};0\right].$$

Найдем производные полученных функций:

1) $y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{-18x-6}{2\sqrt{-9x^2-6x}}=-\frac{9x+3}{2\sqrt{-9x^2-6x}}$. Тогда из второго условия касания следует, что в точке касания

$$-\frac{9x_0+3}{2\sqrt{-9x_0{}^2-6x_0}}=2\Rightarrow\begin{cases} x_0\le -\frac{1}{3} \\ -144x_0^2-96x_0=81x_0^2+54x_0+9 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} x_0\le -\frac{1}{3} \\ 75x_0^2+50x_0+3=0 \end{cases}\Rightarrow x_0=-\frac{3}{5}.$$

Используя первое условие касания, найдем значение a:

$$\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{-9\cdot\frac{9}{25}-6\left(-\frac{3}{5}\right)}\right)=2\left(-\frac{3}{5}\right)+a\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4}{5}=-\frac{6}{5}+a\Rightarrow a=2.$$

2) $y'=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{-18x-6}{2\sqrt{-9x^2-6x}}\right)=\frac{9x+3}{2\sqrt{-9x^2-6x}}$;

$$\frac{9x_0+3}{2\sqrt{-9x_0{}^2-6x_0}}=2\Rightarrow\begin{cases} x_0\ge -\frac{1}{3} \\ -144x_0^2-96x_0=81x_0^2+54x_0+9 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} x_0\ge -\frac{1}{3} \\ 75x_0^2+50x_0+3=0 \end{cases}\Rightarrow x_0=-\frac{1}{15}.$$

Тогда из первого условия касания получим:

$$\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{-9\cdot\frac{1}{225}-6\left(-\frac{1}{15}\right)}\right)=2\left(-\frac{1}{15}\right)+\boldsymbol{a}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{5}=-\frac{2}{15}+\boldsymbol{a}\Rightarrow\boldsymbol{a}=\frac{1}{3}.$$

Итак, правильный ответ приведен под номером 2.
Ответ: 2.