Вопросы к экзамену по курсу
“Высшая математика”
3 институт 1 курс, II семестр, 2016–17 уч. г.

1. II достаточное условие экстремума.
2. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
3. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
4. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений (на примере функций e^x, $\sin x$ и $\cos x$).
5. III достаточное условие экстремума.
6. Выпуклые вверх и вниз функции. Достаточное условие выпуклости функции.
7. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба.
8. Достаточное условие перегиба.
9. Вертикальные, наклонные асимптоты и их нахождение. План общего исследования функции.
10. Комплексные числа. Операции над ними.
11. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Сопряженное к комплексному числу.
12. Первообразная. Теорема о первообразных одной и той же функции.
13. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
14. Интегрирование методом замены переменной.
15. Метод интегрирования по частям.
16. Основная теорема алгебры. Теорема Безу. Разложение многочлена на линейные множители.
17. Сопряженные комплексные корни. Разложение многочлена с вещественными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
18. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших. Метод неопределенных коэффициентов.
19. Теорема об интегрировании рациональной дроби. Интегрирование простейших дробей.
20. Интегрирование функций вида
$$R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \ldots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_k}{n_k}}\right).$$
21. Подстановки Эйлера для функций вида $R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)$.
22. Универсальная тригонометрическая подстановка для интегралов вида
$$\int R(\cos x, \sin x)\, dx.$$
23. Интегрирование функций вида $R(\cos x, \sin x)$ в специальных случаях.
24. Вычисление интеграла вида
$$\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)\, dx$$
с помощью тригонометрических подстановок.
25. Задачи, приводящие к определенному интегралу.

26. Определенный интеграл. Теорема существования.
27. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
28. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона–Лейбница).
29. Замена переменной в определенном интеграле.
30. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
31. Применение определенного интеграла к вычислению площадей и объемов.
32. Применение определенного интеграла к вычислению длин дуг кривых.
33. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Обобщенная формула Ньютона–Лейбница.
34. Свойства несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.
35. Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
36. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Обобщенная формула Ньютона–Лейбница.
37. Функции нескольких переменных. Геометрический смысл. Предел и непрерывность.
38. Частные производные и их геометрический смысл. Дифференцируемость функции двух переменных. Дифференциал и его применение к приближенным вычислениям.
39. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
40. Касательная плоскость к поверхности. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной функцией двух переменных.
41. Нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала.
42. Частные производные сложной функции. Инвариантность формы I-го дифференциала.
43. Неявные функции. Теорема о существовании неявной функции. Дифференцирование неявной функции. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной неявной функцией.
44. Градиент функции, его свойства. Производная по направлению ее связь с градиентом.
45. Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.
46. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
47. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие. Критические точки.
48. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
49. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.