

**Вопросы к экзамену по курсу
“Высшая математика”**

5 факультет 1 курс, II семестр, 2010–11 уч. г.

1. Функции нескольких переменных. Геометрический смысл. Предел и непрерывность.
2. Частные производные и их геометрический смысл. Дифференцируемость функции двух переменных. Дифференциал и его применение к приближенным вычислениям.
3. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
4. Касательная плоскость к поверхности. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной функцией двух переменных.
5. Нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала.
6. Частные производные сложной функции. Инвариантность формы I-го дифференциала.
7. Неявные функции. Теорема о существовании неявной функции. Дифференцирование неявной функции. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной неявной функцией.
8. Градиент функции, его свойства. Производная по направлению ее связь с градиентом.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.
10. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
11. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие. Критические точки.
12. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
13. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
14. Первообразная. Теорема о первообразных одной и той же функции.
15. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
16. Интегрирование методом замены переменной.
17. Метод интегрирования по частям.
18. Комплексные числа. Операции над ними.
19. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Сопряженное к комплексному числу.
20. Основная теорема алгебры. Теорема Безу. Разложение многочлена на линейные множители.
21. Сопряженные комплексные корни. Разложение многочлена с вещественными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
22. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших. Метод неопределенных коэффициентов.
23. Теорема об интегрировании рациональной дроби. Интегрирование простейших дробей.
24. Интегрирование функций вида

$$R \left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_k}{n_k}} \right).$$

25. Подстановки Эйлера для функций вида $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$.
26. Универсальная тригонометрическая подстановка для интегралов вида

$$\int R(\cos x, \sin x) dx.$$

27. Интегрирование функций вида $R(\cos x, \sin x)$ в специальных случаях.
28. Вычисление интеграла вида

$$\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$$

с помощью тригонометрических подстановок.

29. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
30. Определенный интеграл. Теорема существования.
31. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
32. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона–Лейбница).
33. Замена переменной в определенном интеграле.
34. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
35. Применение определенного интеграла к вычислению площадей и объемов.
36. Применение определенного интеграла к вычислению длин дуг кривых.
37. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Обобщенная формула Ньютона–Лейбница.
38. Свойства несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций.
39. Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
40. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Обобщенная формула Ньютона–Лейбница.
41. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Решение, общее решение, общий интеграл. Геометрический смысл на примере уравнения первого порядка.
42. Интегрирование дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и однородного.
43. Интегрирование линейного дифференциального уравнения и уравнения Бернулли.
44. Дифференциальные уравнения высших порядков. Сведение их к уравнениям первого порядка.
45. Задача Коши для дифференциального уравнения. Краевая задача для уравнения n -го порядка.
46. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
47. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского.
48. Линейная зависимость и независимость решений однородного уравнения n -го порядка.
49. Фундаментальная система решений линейного уравнения n -го порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.

50. Структура общего решения неоднородного уравнения n -го порядка.
51. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения.
52. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения.
53. Нахождение частного решения линейного дифференциального уравнения n -го порядка для правой части вида $e^{\alpha x}(P_n(x) \cos \beta x + Q_n(x) \sin \beta x)$.
54. Системы линейных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского. Теорема об общем решении системы линейных дифференциальных уравнений.
55. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений.