

Задача 1

Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

Задача 5

Построить график функции

$$y = \frac{6\sqrt{x}}{x+2}.$$

Задача 2

Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}.$$

Задача 6

Построить график функции

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}.$$

Задача 3

Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right).$$

Задача 7

Построить график функции

$$y = x\sqrt{1-x}.$$

Задача 4

Построить график функции

$$y = x^3 - 3x.$$

Задача 8

Построить график функции

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}.$$

Задача 9

Построить график функции

$$y = \frac{e^x}{x}.$$

Задача 13

Найти интеграл

$$\int x \cos x \, dx.$$

Задача 10

Построить график функции

$$y = \frac{x}{\ln x}.$$

Задача 14

Найти интеграл

$$\int x \sin x \, dx.$$

Задача 11

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 25}.$$

Задача 15

Найти интеграл

$$\int \frac{x^2 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)} \, dx.$$

Задача 12

Найти интеграл

$$\int \ln^4 t \frac{dt}{t}.$$

Задача 16

Найти интеграл

$$\int e^{3 \cos x} \sin x \, dx.$$

Задача 17

Найти интеграл

$$\int \operatorname{arctg} x \, dx.$$

Задача 21

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 7}{x^2 + 2} \, dx.$$

Задача 18

Найти интеграл

$$\int \ln x \, dx.$$

Задача 22

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 + 1)^2} \, dx.$$

Задача 19

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x + 4}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6} \, dx.$$

Задача 23

Вычислить интеграл

$$\int \frac{3x - 1}{x^2 - 4x + 8} \, dx.$$

Задача 20

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^5 + 1}{x^4 - 8x^2 + 16} \, dx.$$

Задача 24

Найти интеграл

$$\int \frac{x}{2x^2 + 2x + 5} \, dx.$$

Задача 25

Найти интеграл

$$\int x^3(1 - 2x^4)^3 dx.$$

Задача 29

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}.$$

Задача 26

Найти интеграл

$$\int \frac{\sin 4x dx}{\cos^4 2x + 4}.$$

Задача 30

Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[5]{x}} dx.$$

Задача 27

Найти интеграл

$$\int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{16 - e^x}} dx.$$

Задача 31

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{5 \sin x + 4 \cos x + 6}.$$

Задача 28

Найти интеграл

$$\int \frac{3x + 2}{(x + 1)\sqrt{x^2 + 3x + 3}} dx.$$

Задача 32

Найти интеграл

$$\int \frac{(\sin x + \sin^3 x) dx}{\cos 2x}.$$

Задача 33

Найти интеграл

$$\int \frac{(\cos^3 x + \cos^5 x) dx}{\sin^2 x + \sin^4 x}.$$

Задача 37

Найти интеграл

$$\int \sin^2 x \cos^2 x dx.$$

Задача 34

Найти интеграл

$$\int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

Задача 38

Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg}^7 x dx.$$

Задача 35

Найти интеграл

$$\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos x \sqrt[3]{\cos x}}.$$

Задача 39

Плоская фигура F ограничена линиями $y = x^2$ и $x = y^2$. Найти объем тела, образованного вращением F около оси OX .

Задача 36

Найти интеграл

$$\int \cos^6 x dx.$$

Задача 40

Найти длину всей кривой $r = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$. Вся кривая описывается точкой (r, φ) при изменении φ от 0 до 3π .

Задача 41

Найти длину одного витка кардиоиды

$$r = a(1 - \cos \varphi).$$

Задача 45

Вычислить длину дуги $y = \ln x$ при $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$.

Задача 42

Плоская фигура F ограничена линиями $y = \cos x$ и $y = 1 - \frac{2}{\pi}x$. Найти объем тела, образованного вращением F около оси OX .

Задача 46

Плоская фигура F ограничена линиями $y = 2 - x^2$ и $y = x$, $x = 0$. Найти объем тела V , образованного вращением F около оси OX .

Задача 43

Плоская фигура F ограничена линиями $y^2 = 2px$ и $x^2 = 2py$. Найти площадь F .

Задача 47

Плоская фигура F ограничена линиями $y = e^{2x}$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$. Найти объем тела, образованного вращением фигуры F около оси OX .

Задача 44

Плоская фигура F ограничена линиями $y = e^{2x}$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$. Найти объем тела, образованного при вращении F около оси OX .

Задача 48

Плоская фигура ограничена линиями $y^2 = (x+1)^3$ и $x = 4$. Найти ее периметр.

Задача 49

Вычислить объем тела вращения

$$\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y = x \end{cases}$$

вокруг оси OX .

Задача 53

Вычислить

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

Задача 50

Найти длину одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$

Задача 54

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = xy + \frac{y}{x}.$$

Задача 51

Вычислить

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

Задача 55

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = xe^{-xy}.$$

Задача 52

Вычислить

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задача 56

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = y^x.$$

Задача 57

Найти dz

$$z = \operatorname{tg} \frac{y^2}{x}.$$

Задача 61

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u \operatorname{tg} v$, а

$$\begin{cases} u = yx + x^2, \\ v = y^3 + xy. \end{cases}$$

Задача 58

Найти dz

$$z = \ln \cos \frac{x}{y}.$$

Задача 62

Найти $\operatorname{grad} u$

$$u = x^2 yz.$$

Задача 59

Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^y$, а

$$\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \sin t. \end{cases}$$

Задача 63

Найти $\operatorname{grad} u$

$$u = e^x y + z \operatorname{arctg} \ln x.$$

Задача 60

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \ln v$, а

$$\begin{cases} u = \frac{y}{x}, \\ v = x^2 + y^2. \end{cases}$$