

Задача 1

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = xy + \frac{y}{x}.$$

Задача 5

Найти dz

$$z = \ln \cos \frac{x}{y}.$$

Задача 2

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = xe^{-xy}.$$

Задача 6

Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^y$, а

$$\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \sin t. \end{cases}$$

Задача 3

Найти частные производные z'_x, z'_y

$$z = y^x.$$

Задача 7

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u^2 \ln v$, а

$$\begin{cases} u = \frac{y}{x}, \\ v = x^2 + y^2. \end{cases}$$

Задача 4

Найти dz

$$z = \operatorname{tg} \frac{y^2}{x}.$$

Задача 8

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = u \operatorname{tg} v$, а

$$\begin{cases} u = yx + x^2, \\ v = y^3 + xy. \end{cases}$$

Задача 9

Найти grad u

$$u = x^2 y z.$$

Задача 13

Найти интеграл

$$\int x \cos x \, dx.$$

Задача 10

Найти grad u

$$u = e^x y + z \operatorname{arctg} \ln x.$$

Задача 14

Найти интеграл

$$\int x \sin x \, dx.$$

Задача 11

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 25}.$$

Задача 15

Найти интеграл

$$\int \frac{x^2 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)} \, dx.$$

Задача 12

Найти интеграл

$$\int \ln^4 t \frac{dt}{t}.$$

Задача 16

Найти интеграл

$$\int e^{3 \cos x} \sin x \, dx.$$

Задача 17

Найти интеграл

$$\int \operatorname{arctg} x \, dx.$$

Задача 21

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 7}{x^2 + 2} \, dx.$$

Задача 18

Найти интеграл

$$\int \ln x \, dx.$$

Задача 22

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 + 1)^2} \, dx.$$

Задача 19

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x + 4}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6} \, dx.$$

Задача 23

Вычислить интеграл

$$\int \frac{3x - 1}{x^2 - 4x + 8} \, dx.$$

Задача 20

Вычислить интеграл

$$\int \frac{x^5 + 1}{x^4 - 8x^2 + 16} \, dx.$$

Задача 24

Найти интеграл

$$\int \frac{x}{2x^2 + 2x + 5} \, dx.$$

Задача 25

Найти интеграл

$$\int x^3(1 - 2x^4)^3 dx.$$

Задача 29

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}.$$

Задача 26

Найти интеграл

$$\int \frac{\sin 4x dx}{\cos^4 2x + 4}.$$

Задача 30

Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[5]{x}} dx.$$

Задача 27

Найти интеграл

$$\int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{16 - e^x}} dx.$$

Задача 31

Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{5 \sin x + 4 \cos x + 6}.$$

Задача 28

Найти интеграл

$$\int \frac{3x + 2}{(x + 1)\sqrt{x^2 + 3x + 3}} dx.$$

Задача 32

Найти интеграл

$$\int \frac{(\sin x + \sin^3 x) dx}{\cos 2x}.$$

Задача 33

Найти интеграл

$$\int \frac{(\cos^3 x + \cos^5 x) dx}{\sin^2 x + \sin^4 x}.$$

Задача 37

Найти интеграл

$$\int \sin^2 x \cos^2 x dx.$$

Задача 34

Найти интеграл

$$\int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

Задача 38

Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg}^7 x dx.$$

Задача 35

Найти интеграл

$$\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos x \sqrt[3]{\cos x}}.$$

Задача 39

Плоская фигура F ограничена линиями $y = x^2$ и $x = y^2$. Найти объем тела, образованного вращением F около оси OX .

Задача 36

Найти интеграл

$$\int \cos^6 x dx.$$

Задача 40

Найти длину всей кривой $r = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$. Вся кривая описывается точкой (r, φ) при изменении φ от 0 до 3π .

Задача 41

Найти длину одного витка кардиоиды

$$r = a(1 - \cos \varphi).$$

Задача 45

Вычислить длину дуги $y = \ln x$ при $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$.

Задача 42

Плоская фигура F ограничена линиями $y = \cos x$ и $y = 1 - \frac{2}{\pi}x$. Найти объем тела, образованного вращением F около оси OX .

Задача 46

Плоская фигура F ограничена линиями $y = 2 - x^2$ и $y = x$, $x = 0$. Найти объем тела V , образованного вращением F около оси OX .

Задача 43

Плоская фигура F ограничена линиями $y^2 = 2px$ и $x^2 = 2py$. Найти площадь F .

Задача 47

Плоская фигура F ограничена линиями $y = e^{2x}$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$. Найти объем тела, образованного вращением фигуры F около оси OX .

Задача 44

Плоская фигура F ограничена линиями $y = e^{2x}$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$. Найти объем тела, образованного при вращении F около оси OX .

Задача 48

Плоская фигура ограничена линиями $y^2 = (x+1)^3$ и $x = 4$. Найти ее периметр.

Задача 49

Вычислить объем тела вращения

$$\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y = x \end{cases}$$

вокруг оси OX.

Задача 53

Вычислить

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

Задача 50

Найти длину одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$

Задача 54

Решить уравнение

$$xy' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)}.$$

Задача 51

Вычислить

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

Задача 55

Решить уравнение

$$(x^4 + 6x^2y^2 + y^4) dx + 4xy(x^2 + y^2) dy = 0,$$
$$y(1) = 0.$$

Задача 52

Вычислить

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задача 56

Решить уравнение

$$y' = e^{x+y} + e^{x-y};$$
$$y(0) = 0.$$

Задача 57

Решить уравнение

$$\frac{x dy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{y dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0.$$

Задача 61

Решить уравнение

$$y' - \frac{y}{x-1} = \frac{y^2}{x-1}.$$

Задача 58

Решить уравнение

$$2(x+y) dy + (3x+3y-1) dx = 0,$$
$$y(0) = 2.$$

Задача 62

Решить уравнение

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}.$$

Задача 59

Решить уравнение

$$(x-y+4) dy + (x+y-2) dx = 0.$$

Задача 63

Решить уравнение

$$xy'' = y' \ln \left(\frac{y'}{x} \right).$$

Задача 60

Решить уравнение

$$y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x$$
$$y(0) = \frac{1}{3}.$$

Задача 64

Решить уравнение

$$(1-x^2)y'' - xy' = 2.$$

Задача 65

Решить уравнение

$$1 + y'^2 = yy''.$$

Задача 69

Решить уравнение

$$y'' - 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1.$$

Задача 66

Решить уравнение

$$y'' - 9y' + 20y = x^2 e^{4x}.$$

Задача 70

Решить уравнение

$$y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x.$$

Задача 67

Решить уравнение

$$y'' - y = x \cos^2 x.$$

Задача 71

Решить уравнение

$$y'' - 4y' + 8y = 61e^{2x} \sin x.$$

Задача 68

Решить уравнение

$$y'' + 4y = \sin 2x + 1.$$

Задача 72

Решить уравнение

$$y'' - 8y' + 16y = (1 - x)e^{4x}.$$

Задача 73

Решить уравнение

$$y'' - 4y' = 2 \cos^2 4x.$$

Задача 77

Решить уравнение

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x.$$

Задача 74

Решить уравнение

$$y'' + 4y'' + 4y = x \sin 2x.$$

Задача 75

Решить уравнение

$$y'' - 4y' + 13y = e^{2x}(x^2 \cos 3x - x \sin 3x).$$

Задача 76

Решить уравнение

$$y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + xe^{-x}.$$