

Министерство образования Российской Федерации
“МАТИ”- Российский государственный технологический университет
им.К.Э.Циолковского

Кафедра «Высшая математика»

ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

Варианты курсовых заданий

Составители : Выск Н.Д.
Титаренко В.И.

Москва
2001

Предлагаемые методические указания ставят своей целью помочь студентам второго курса усвоить теоретический и практический материалы по теме “Ряды”.

В каждом разделе после теоретической части разбираются типовые задачи.

В методических указаниях охвачены следующие темы: числовые ряды (знакопостоянные и знакопеременные), функциональные и степенные ряды, разложение функций в ряды Тейлора.

Для закрепления материала студентам предлагается выполнить курсовую работу по перечисленным выше темам.

Настоящие методические указания могут использоваться на всех факультетах и специальностях.

I. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ

1. Знакоположительные ряды

Числовой ряд (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ называется сходящимся, если его n -частичная сумма $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ имеет предел при $n \rightarrow \infty$, при этом $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ называется суммой ряда, а $R_n = S - S_n = a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{n+n}$ называется остатком ряда.

Необходимым признаком сходимости ряда является условие: $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 0$, однако, это условие не является достаточным.

Для того чтобы выяснить, сходится ли числовой ряд (1) или расходится, необходимо воспользоваться достаточными признаками сходимости, а именно:

Признак сравнения

1) Если $0 \leq a_n \leq b_n$, начиная с некоторого $n = n_0$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ (2) сходится, то ряд (1) также сходится, а если ряд (1) расходится, то расходится и ряд (2).

В качестве рядов для сравнения удобно рассматривать :

а) геометрическую прогрессию $\sum_{n=1}^{\infty} bq^n$, ($b \neq 0$), сходящуюся при $|q| < 1$ и расходящуюся при $|q| \geq 1$;

б) гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, который расходится;

в) ряд Дирихле $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, сходящийся при $p > 1$ и расходящийся, при $p < 1$ (что доказывается с помощью интегрального признака Коши).

2) Если существует конечный и отличный от нуля предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ (в частности, $a_n \approx b_n$), то ряды (1) и (2) сходятся и расходятся одновременно.

Пример 1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{7^n})$.

Так как данный n -й член ряда имеет вид $\ln(1 + \alpha)$, где α - бесконечно малая величина при $n \rightarrow \infty$, и известно, что $\ln(1 + \alpha) \sim \alpha$, то этот ряд сравниваем с рядом

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7^n}$, представляющим собой бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем $q = 1/7 < 1$, которая сходится, следовательно, и исходный ряд сходится.

Пример 2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+3)(n+5)}}$.

n -й член данного ряда: $a_n = \frac{1}{\sqrt{(n+3)(n+5)}} \quad n \rightarrow \infty \sim \frac{1}{\sqrt{n^2}} = \frac{1}{n}$, т.е. при

$n \rightarrow \infty$ ведет себя как гармонический, следовательно, ряд также расходится.

Часто, прежде чем использовать какой-либо из достаточных признаков сходимости ряда, необходимо использовать понятие эквивалентных бесконечно малых величин при $n \rightarrow \infty$ и обязательно проверить необходимые условия сходимости исследуемого ряда.

Признак Даламбера

Пусть $a_n > 0$, начиная с некоторого $n = n_0$ и существует предел

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, то ряд (1) сходится при $q < 1$ и расходится при $q > 1$. Если

$q = 1$, то вопрос о сходимости ряда (1) остается открытым.

Пример 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n!}$.

Найдем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} \cdot n!}{(n+1)! \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)n!} = 1 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = q = 0,$$

следовательно, исследуемый ряд сходится.

Пример 4. Исследовать ряд $\frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \frac{5}{3^3} + \dots + \frac{2n-1}{3^n} + \dots$

$$\text{Найдем } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[2(n+1)-1]3^n}{3^{n+1}(2n-1)} = \frac{1}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2n-1} = \frac{1}{3} = q < 1,$$

следовательно, ряд сходится.

Признак Коши (радикальный)

Пусть $a_n \geq 0$ (начиная с некоторого n_0) и существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = q$.

Тогда ряд (1) сходится, если $q < 1$, и расходится, если $q > 1$, а при $q = 1$ вопрос о сходимости ряда (1) остается открытым.

Пример 5 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{10n+3}\right)^{3n}$.

Найдем $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{5n-1}{10n+3}\right)^{3n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n-1}{10n+3}\right)^3 = (1/2)^3 < 1$, следовательно, ряд расходится.

Интегральный признак Коши

Если $a_n = f(n)$, где функция $f(x)$ положительна, монотонно убывает и непрерывна при $x \geq a \geq 1$, то ряд (1) и интеграл $\int_a^{\infty} f(x) dx$ сходятся и расходятся одновременно.

Пример 6. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)}\right), \quad a_n = \frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)} = f(n),$$

тогда $a_n = f(n)$ и $f(x) = \left(\frac{\ln x}{x(\ln^4 x + 1)}\right)$.

Исследуем несобственный интеграл на сходимость

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{\ln x}{x(\ln^4 x + 1)} \right) dx = \int_2^{\infty} \frac{\ln x d \ln x}{(\ln^4 x + 1)} = \frac{1}{2} \int_2^{\infty} \frac{d \ln^2 x}{\ln^4 x + 1} = \frac{1}{2} \lim_{a \rightarrow \infty} \arctg \ln^2 x \Big|_a^1 = \frac{P}{2} - C,$$

т.е. этот несобственный интеграл сходится, следовательно, и исходный ряд также сходится.

В качестве характерных ошибок следует отметить, что иногда сразу пытаются пользоваться каким-либо из достаточных признаков сходимости ряда, не проверив необходимого признака сходимости, например, при исследовании на сходимость ряда:

Пример 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-7}{2n+5} \right)^n$

При исследовании этого ряда пытаются сразу применить радикальный признак Коши, не проверив, выполняется ли необходимый признак сходимости.

Исследуем ряд на сходимость:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-7}{2n+5} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{2n+5}{-12} \right)} \right]^{-\frac{12n}{2n+5}} = e^{-12 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+5}} = e^{-6} \neq 0.$$

Таким образом, не выполнен необходимый признак сходимости ряда, следовательно, все другие исследования лишены смысла, ряд расходится.

2. Знакопеременные ряды

При исследовании на сходимость знакопеременных рядов необходимо их исследовать на абсолютную и условную сходимость:

- 1) абсолютная сходимость, когда сходится знакоположительный ряд, составленный из модулей членов знакопеременного ряда;
- 2) условная сходимость, когда ряд из модулей является расходящимся, а знакопеременный ряд при этом сходится.

Проверка абсолютной сходимости проводится с использованием признаков сходимости знакопостоянных рядов.

Для доказательства условной сходимости можно применить признак Лейбница: если для знакопеременного ряда выполнены следующие условия:

- 1) ряд знакопеременный, т.е. $a_n = (-1)^n a_n$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;
- 3) $|a_{n+1}| \leq |a_n| \quad \forall n > N$,

то ряд сходится (по крайней мере условно).

Пример 8. Исследовать на сходимость ряд:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} + \dots$$

Проверим вначале, обладает ли ряд

абсолютной сходимостью. Ряд из $|a_n|$ имеет вид $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, т.е. является расходящимся рядом (гармонический ряд). Таким образом, абсолютной сходимости нет.

Применим признак Лейбница :

1) Ряд является знакочередующимся;

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n};$$

$$3) \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n}, \forall n.$$

Следовательно, рассматриваемый ряд сходится условно.

II. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ

Для функциональных рядов вида $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ можно найти область сходимости, т.е. множество значений x , при подстановке каждого из которых в $u_n(x)$ полученный числовой ряд будет сходящимся.

Для определения области сходимости можно воспользоваться признаком

Даламбера, т.е. найти
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}(x)}{u_n(x)} \right|.$$

В таком случае значения x , принадлежащие области сходимости, являются решениями неравенства $|f(x)| < 1$. Так как при $|f(x)| = 1$ признак Даламбера не дает ответа на вопрос о сходимости числового ряда, решения уравнения $|f(x)| = 1$ нужно рассматривать отдельно.

Пример 9. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{n+1}}{\left(\frac{x}{2}\right)^n} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{2} \right| = \left| \frac{x}{2} \right|.$$

Решением неравенства $\left| \frac{x}{2} \right| < 1$ является интервал $(-2; 2)$.

Исследуем сходимость ряда на границах: при $x = -2$ и при $x = 2$.

Если $x=-2$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2}{2}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ расходится, так как не выполнено необходимое условие сходимости. Тот же результат получим при $x=2$. Следовательно, областью сходимости ряда является интервал $(-2,2)$.

III. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ

Частный случай функциональных рядов представляют степенные ряды вида $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$, где $a_n = f(n)$. Область сходимости такого ряда представляет собой интервал $(x_0 - R, x_0 + R)$, возможно, включающий границы. Величина R называется радиусом сходимости степенного ряда и определяется по формуле Даламбера: $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ или по формуле

Коши-Адамара $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}}$.

Пример 10.

Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x - 5)^n$.

Используем формулу Коши-Адамара $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{3^n}} = \frac{1}{3}$.

Область сходимости имеет вид $x \in \left(5 - \frac{1}{3}; 5 + \frac{1}{3}\right)$ или $x \in \left(4 \frac{2}{3}; 5 \frac{1}{3}\right)$.

Проверим сходимость ряда на границах области: при $x = 4 \frac{2}{3}$ числовой ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(-\frac{1}{3}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ расходится, т.к. не выполнено необходимое условие сходимости. Аналогичный результат получим при $x = 5 \frac{1}{3}$. Следовательно, областью сходимости данного ряда является интервал $\left(4 \frac{2}{3}; 5 \frac{1}{3}\right)$.

IV. РЯДЫ ТЕЙЛОРА

При разложении функции в ряд Тейлора нужно найти коэффициенты степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \approx f(x)$, имеющие вид $a_n = \frac{f^n(x_0)}{n!}$. В ряде случаев можно использовать известные разложения функций e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$ в окрестности $x_0 = 0$.

Пример 11. Разложить в ряд Тейлора при $x_0 = 0$ функцию $y = \sin(2x)$.

$$\sin(2x) = \frac{2x}{1!} - \frac{(2x)^3}{3!} + \frac{(2x)^5}{5!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{(2x)^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n-1}}{(2n-1)!} x^{2n-1}.$$

Разложение в степенной ряд допускает почленное интегрирование и дифференцирование.

Пример 12. Разложить в ряд Тейлора в окрестности $x_0 = 0$ функцию $y = \arctg(x)$.

Разложим в ряд производную данной функции $y' = \frac{1}{1+x^2} = (1+x^2)^{-1}$, воспользовавшись табличным разложением для функции $(1+x)^m$ $(1+x^2)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1(-2)\dots(-n)}{n!} (x^2)^n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$.

Проинтегрировав общий член полученного ряда, и, учитывая, что $y(0)=0$, получим искомое разложение: $\arctg(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$.

Задания для курсовой работы включают по 15 задач. В N1-8 требуется исследовать на сходимость знакопостоянные числовые ряды, в N9-10 – знакопеременные ряды, в N11-12 найти сходимость функционального ряда, в N13 и N15 – разложить функцию в ряд Тейлора при $x_0 = 0$ и в N14 разложить функцию в ряд Тейлора по степеням $(x - x_0)$, где значение x_0 задается для каждого варианта.

ВАРИАНТЫ КУРСОВЫХ ЗАДАНИЙ.

Вариант №1

- | | |
|--|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 2n}{5 + 2n} \cdot \frac{n}{3}$ | 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(7n+4)}$ |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)2^n}$ | 4) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n+1}{(\sqrt{5})^n}$ |
| 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 1}{5^n n}$ | 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + 3n}{6 + 5n} \cdot \frac{n}{3}$ |
| 7) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$ | 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\arctg n}}{1 + n^2}$ |
| 9) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{5n-3}$ | 10) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ |
| 11) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}$ | 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} \cdot \frac{n}{3} (x-3)^n$ |
| 13) $\sin 2x + 2x \cos 2x$ | 14) x^4 по степ. $(x+1)$ |
| 15) $f(x) = \arctg x$ | |

Вариант №2

- | | |
|--|--|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+5} \cdot \frac{n^2-3}{3} \cdot \frac{n}{3}$ | 2) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2-1}$ |
| 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$ | 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt{n}}{n^2+1}$ |
| 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg^n \frac{1}{n}$ | 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ |
| 7) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4 \sqrt{\ln n}}$ | 8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$ |
| 9) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n - \ln n}$ | 10) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{4n+7}$ |
| 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^2}$ | 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-2)^{2n}}{n}$ |

13) e^{-x^3}

14) $\frac{1}{x}$ по степ. $(x+2)$

15) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

Вариант №3

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n+3} \cdot 2^{n-1}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-3n+2}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{3^n}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{5^n n!}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-5}{7n+3} \cdot 2^{n+5}$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{3n+2} \cdot 5^{\frac{n}{5}}$

7) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^7 n}$

9) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-2}{n^2+n+1}$

10) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n^2}}{n!}$

11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(x+3)^n}$

12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}}$

13) $\frac{x}{4+x^2}$

14) $\cos \frac{x}{2}$ по степ. $(x - \frac{\pi}{2})$

15) $f(x) = \arcsin x$

Вариант №4

1) $n \ln \left(1 + \frac{3}{n^3} \right)$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{(3n^2+1)(2n^2-1)}}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{5^n n!}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^2 \cos^3 \frac{1}{n}}$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!}$

7) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5}{n + \ln n}$

8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^n}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} n^x$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}$$

$$12) \sqrt[3]{27-x}$$

$$13) \sin 3x \text{ по степеням } e^x + \frac{\pi}{3}$$

$$14) f(x) = \arccos 2x$$

Вариант №5

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{\sqrt{(2n+1)(3n^3-1)}}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{3\pi}{2n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{3n} - 7 \cdot 2^{\frac{n^2}{2}+1}}{e^{3n} + 8}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^3 5^n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{7n} - 2 \cdot 3^{\frac{3n-5}{3}}}{e^{5n} + 7}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{7n} - 3 \cdot 3^{3n-2}}{e^{19n} + 1}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 n}$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{100n-1}$$

$$10) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^3}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{e^{nx}}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+2)^{2n}}{n}$$

$$13) 2^{-x^2}$$

$$14) \sqrt[3]{x} \text{ по степ. } (x+1)$$

$$15) f(x) = \operatorname{arctg} 3x$$

Вариант №6

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n + \ln n}}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} 2\sqrt{n} \arcsin \frac{\pi}{4^n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n n^3}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2 + 1)n!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{13n^2} - 7n + 1 \cdot 2^{\frac{n}{2}-5}}{e^{3n^2} + 5n - 12}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{3n} + 1 \cdot 2^{2n}}{e^{4n} + 3}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{1+n^2}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n+2 \ln n}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n\sqrt{n}}$$

$$13) \sin^2 5x$$

$$15) f(x) = \ln(x - \sqrt{1+x^2})$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[6]{\ln^5 n}}{n}$$

$$10) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+3}{5n-2}$$

$$12) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n \times 2^n \sqrt{2n+1}}$$

$$14) x^4 - 4x^2 \text{ по степ. } (x+2)$$

Вариант №7

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \arctg \frac{2\pi}{3^n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n+2)^3}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n - 10}{2n^2 + 1}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^{3/2} n}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{5n^3 + 8}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}$$

$$13) \sin 3x \cos 3x$$

$$15) f(x) = x \arcsin x$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{(2n^2-3)\sqrt{(n-3)^7}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{4n^2}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n+11}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2(n+1)}{n^2 + 2n + 2}$$

$$10) \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln n \sqrt{\ln \ln n}}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)(x-5)^3}{n!}$$

$$14) \cos^2 x \text{ по степ. } x - \frac{\pi}{3}$$

Вариант №8

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \arcsin \frac{4n}{3n^3 + 1}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(3n-1)(5n+1)}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{5^n (n+1)!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + 3n}{5 + 3n} x^{n+1}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln^3(n+2)}$$

$$9) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{7}{2n - 3 \ln n}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n}$$

$$13) \frac{x}{2 + 3x}$$

$$15) f(x) = x \operatorname{arctg} x$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 2}{2n - 1} x^{n+1}$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln^2 n}}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n!}$$

$$12) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} n(x-5)^n$$

$$14) \sin \frac{\pi x}{3} \text{ по степеням } (x-1)$$

Вариант №9

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{3n}{n^2 + 2}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{2^{n-1}}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n - 2}{3(2n+3)} \cdot \frac{\ddot{\circ}^{3n}}{\ddot{\circ}}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(n+1)}}{n+1}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-3}{5n^2 + 2n+1}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}$$

$$13) \frac{1}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$15) f(x) = x \arccos x$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)(n+1)}{\sqrt[3]{(n^2-1)^2}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}(n-1)!}{(n+1)3^{n+1}}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+7}{5n+1} \cdot \frac{\ddot{\circ}^{\frac{3n}{4}-1}}{\ddot{\circ}}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} n}}{n^2+1}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \frac{\ddot{\circ}^n}{\ddot{\circ}} (x+2)^n$$

$$14) \sqrt{x} \text{ по степеням } (x-4)$$

Вариант №10

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n^3}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{17n-8}{n^2+1} \cdot \frac{\ddot{\circ}^{n+2}}{\ddot{\circ}}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \times \ln \ln n}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[5]{n^2-3}}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$$

$$13) \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$15) f(x) = \ln(x^2 + 3x + 2)$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4+2n}{3+2n} \cdot \frac{\ddot{\circ}^{\frac{n}{2}}}{\ddot{\circ}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3n-2)!}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{2n-1} \cdot \frac{\ddot{\circ}^{\frac{n}{2}+1}}{\ddot{\circ}}$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{\ln n}}{n}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} 5^n (x+1)^n$$

$$14) e^x \text{ по степеням } (x-1)$$

Вариант №11

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n^3 + 1}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{7^n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 5}{12n - 1} \cdot 2^{\frac{n}{2} + 7}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^{3/5}(n+2)}{n+2}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n^2 + 8)}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x+1}{3^n}$$

$$13) \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$15) f(x) = \ln(1+x-2x^2)$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+1)(n^2+5)}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n n^n}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 5n}{3n^2 + n + 2} \cdot 2^{n+1}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(x-3)}{x^2 - 6x + 10}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{3n+5}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (x+2)^n$$

$$14) x^3 \text{ по степеням } (x-2)$$

Вариант №12

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{n} \sin \frac{2}{n^5}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-3)!}{(3n-2)!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{(3n-2)2^n}}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+1)^5 \sqrt{\arctg n}}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{3n+2}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n (x-1)^n}$$

$$13) x \sin x \cos x$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \right)$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{2n} (n!)^3}{(3n)!}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2n^2 + 3} \cdot 2^{n^2+2}$$

$$8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln^3 n}}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{n^3}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} (x-1)^n$$

$$14) \frac{1}{x+1} \text{ по степеням } (x-1)$$

$$15) f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

Вариант №13

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+3}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{n^3}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(2n)!}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2+2} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{8}}{e^{2n^2+3} \cdot \frac{\pi}{8}}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{5n-7} \cdot \frac{\pi}{8}}{e^{7n-5} \cdot \frac{\pi}{8}}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(n+1)}}{n+1}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^{3/2} n}{1+n^2}$$

$$9) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{100}}{2^n}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n^{2x}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2}$$

$$13) x^3 \sqrt{8+x}$$

$$14) \sin 4x \text{ по степ. } e^{x + \frac{\pi}{4}}$$

$$15) f(x) = x \ln(x - \sqrt{1+x^2})$$

Вариант №14

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n} + n \ln^2 n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n + \sqrt[3]{n}}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(3n)!}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{5n-7} \cdot \frac{\pi}{8}}{e^{7n-5} \cdot \frac{\pi}{8}}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{3n+1} \cdot \frac{\pi}{2}}{e^{3n-5} \cdot \frac{\pi}{8}}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln(n+2)}}{n+2}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+1) \operatorname{arctg} n}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+2}}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n \cdot \frac{\pi}{8}}{e^{n-3} \cdot \frac{\pi}{8}}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n^{2x}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\ln n}$$

$$13) x^2 \sin^2 x$$

$$14) x^3 - 2x^2 - 5x - 2 \text{ по степеням } (x + 4)$$

$$15) f(x) = \ln(x^2 + 3x + 2)$$

Вариант №15

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{(n^2 + 1)4^n}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^2}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n - 17}{5n + 9} \frac{n^3 + 7}{3n^2 - 1}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 + n - 1}{13n^2 + 2} \frac{n^{-3}}{\theta}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln^2 \ln n}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}(n + 2)}}{n^2 + 4n + 5}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{3n^2 + 2n - 7}}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln^n x$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} (x + 1)^n$$

$$13) x^2 \cos^2 x$$

$$14) \frac{1}{1 - x} \text{ по степеням } (x + 2)$$

$$15) f(x) = x \ln(1 + x - 2x^2)$$

Вариант №16

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} 2n \operatorname{tg} \frac{2}{n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n + 2}}{(n^2 - 1)\sqrt[3]{n + 1}}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{n-1} (n + 3)}{(2n + 1)!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n^2 - 5n + 3}{13n^3 + n^2 + 18} \frac{n^{n-1}}{\theta}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{17n - 4}{13n + 1} \frac{n^{n-1}}{\theta}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n \ln 2n (\ln \ln 2n)^{1/2}}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{n + 1}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^{2n} + n}$$

$$13) \sqrt{x+10}$$

$$15) \operatorname{arctg} \frac{2-2x}{1+4x}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} n!(x-5)^n$$

$$14) \frac{1}{x} \text{ по степеням } (x-2)$$

Вариант №17

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \right)$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n 4^n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{31n+18} \cdot 3^{n^2+8}}{24n-37}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{n}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n}{3n+5}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^{2n}}$$

$$13) \ln(x+4)$$

$$15) \operatorname{arctg} \frac{2x}{2-x^2}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt[3]{n(n^2+5n-7)}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)!}{n!}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{23n-5} \cdot 3^{2n}}{12n+5}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^{5/3} n}{1+n^2}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n+1)}{n\sqrt{n}}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (x-2)^n$$

$$14) \sin 3x \text{ по степ. } e^x - \frac{\pi}{3}$$

Вариант №18

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}} \right)$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n n!}{n^n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{28n-5} \cdot 3^{2n-3}}{19n+3}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^{-3/2} n}{1+n^2}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \ln \left(1 + \frac{5}{3^n} \right)$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n} 3^n}{n!}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n 5^{n-1}}{n \times 7^{2n+3}}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln(n+3)}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n^5 + n^4 + 1}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(x^2 + 1)^n}$$

$$13) \cos^4 x - \sin^4 x$$

$$15) \arccos(1 - 2x^2)$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2^n}{2^n}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}$$

$$14) \frac{1}{2-x} \text{ по степеням } (x+1)$$

Вариант №19

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arcsin \frac{3}{2^n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+5)!}{(2n+1)!}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{13n-7}{10n^2+3n+1} \cdot \frac{\pi}{3^{n+1}}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{x^4 + n^2}$$

$$13) \sqrt{x+2}$$

$$15) \ln(1 - 2x \cos x + x^2)$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{7^n}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1} \cdot \frac{\pi}{2^{2n+3}}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+1) \sqrt[5]{\arctg n}}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 3^n}{3^n}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} \cdot \frac{\pi}{2^{2n}} (x-2)^{2n}$$

$$14) \cos 4x \text{ по степ. } \frac{\pi}{4} x + \frac{\pi}{4}$$

Вариант №20

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \sin \frac{\pi}{9n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^3}$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{7n-10} \cdot \frac{\pi}{2^{9n-13}}$$

$$2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n-1}}{(n^2+3)\sqrt{n^3-2}}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n (n+3)^5}{13^n (n-1)^3}$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1} \cdot \frac{\pi}{2^{2n+3}}$$

$$7) \dot{a}_{n=1} \frac{\sqrt[3]{\ln(n+2)}}{n+2}$$

$$9) \dot{a}_{n=1} (-1)^n \frac{5n}{3n+2}$$

$$11) \dot{a}_{n=1} \frac{1}{2^{n-1}} \frac{x+2}{x+2} \frac{\ddot{o}^n}{\emptyset}$$

$$13) \ln(x-3)$$

$$15) x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$$

$$8) \dot{a}_{n=2} \frac{\arctg^{3/5} n}{1+n^2}$$

$$10) \dot{a}_{n=1} \frac{\sin \sqrt{n}}{n^3 + 2n + 3}$$

$$12) \dot{a}_{n=1} \frac{(x+1)^n}{(3n-1)!}$$

$$14) \ln x \text{ по степеням } (x-1)$$

Вариант №21

$$1) \dot{a}_{n=1} \frac{n^2 + 5n + 6}{3n^2 + 1}$$

$$3) \dot{a}_{n=1} \frac{3^n}{2^n(3^n - 1)}$$

$$5) \dot{a}_{n=1} \frac{x+5}{n+1} \frac{\ddot{o}^{n-1}}{\emptyset}$$

$$7) \dot{a}_{n=1} \frac{\ln^{-5/3}(n+3)}{n+3}$$

$$9) \dot{a}_{n=1} (-1)^n \sqrt{\frac{3n}{2n+1}}$$

$$11) \dot{a}_{n=1} \frac{1}{1+x^{4n}}$$

$$13) 3^x$$

$$15) x \arctg x - \ln \sqrt{1+x^2}$$

$$2) \dot{a}_{n=1} \frac{3}{n} \arctg \frac{1}{3n}$$

$$4) \dot{a}_{n=1} \frac{n7^n}{(n^3 - 1)n!}$$

$$6) \dot{a}_{n=1} \frac{(n+3)^{n^2}}{n^{n^2} 3^n}$$

$$8) \dot{a}_{n=1} \frac{1}{(n^2 + 4n + 5) \sqrt[3]{\arctg(n+2)}}$$

$$10) \dot{a}_{n=1} \frac{\cos \sqrt{2n+1}}{n^2 - 2n + 8}$$

$$12) \dot{a}_{n=1} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$14) \sqrt{x} \text{ по степеням } (x-1)$$

Вариант №22

$$1) \dot{a}_{n=1} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$3) \dot{a}_{n=1} \frac{7^n(n-7)}{3^{2n+1}(n+3)^2}$$

$$5) \dot{a}_{n=1} \frac{x}{2n^2 - n + 5} \frac{\ddot{o}^{n+3}}{\emptyset}$$

$$2) \dot{a}_{n=1} n \ln \frac{x}{e} \frac{1}{1 + \frac{3}{n} \ddot{o}}$$

$$4) \dot{a}_{n=1} \frac{3}{n!}$$

$$6) \dot{a}_{n=1} \frac{x}{n^2 + n - 3} \frac{\ddot{o}^{n^2+2n-1}}{\emptyset}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)^4 \sqrt{\ln(n+5)}}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n+1}$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \frac{x+1}{x-2}$$

$$13) \sqrt{x^2 - 4}$$

$$15) \boxed{\times}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln(n+4)}}{n+4}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 4^n}{\sqrt{n^3 + 2n + 5}}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} n^n (x-3)^n$$

$$14) \sqrt[3]{x} \text{ по степеням } (x+1)$$

Вариант №23

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(3n+2)}$$

$$3) \text{ ————— }$$

$$5) \boxed{\times}$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^4 (n+1)}$$

$$9) \text{ ————— }$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^{6n}}$$

$$13) \text{ ————— }$$

$$15) \text{ ————— }$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \operatorname{tg} \frac{2}{n}}{3^n}$$

$$4) \text{ ————— }$$

$$6) \boxed{\times}$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2+2n+n^2) \sqrt[3]{\operatorname{arctg}(n+2)}}$$

$$10) \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}}$$

$$12) \text{ ————— }$$

$$14) \sqrt{x} \text{ по степеням } (x-2)$$

Вариант №24

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin \frac{2+n}{n^2}}{n}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^n}{n^2 (n+3)^3}$$

$$5) \text{ ————— }$$

$$2) \boxed{\times}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n}$$

$$6) \text{ ————— }$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (n (\ln n \ln n))^{5/3}}$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[3]{\frac{n}{n+1}}$$

11) _____

13) —

15)

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg \frac{2}{n}}{1+n^2}$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)}{3^n}$$

12) _____

14) $\frac{1}{x}$ по степеням $(x-1)$

Вариант №25

1) $\sqrt{\quad}$ _____ $\sqrt{\quad}$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n (3n+11)}$$

5) _____

7) $\sqrt{\quad}$ _____

9) _____

11)

13) $\sqrt{\quad}$

15)

2) _____

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+2)!}$$

6) _____

8) $\sqrt{\quad}$ _____

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{\infty} \frac{n^0}{\varphi}}{e^{n+1} \sigma}$$

12) —

14) $\ln(x-2)$ по степ.

Вариант №26

1) _____

3)

2) _____

4) _____

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - 7}{2n + 3}$$

7) _____

$$9) \sqrt{\quad}$$

11) _____

13) _____

15) _____

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 3n + 5}{n^2 + n - 8}$$

8) _____

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 2}$$

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(x+1)^n}$$

14) $\sqrt[3]{x}$ по степеням $(x-2)$

Вариант №27

1) _____

$$2) \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 2n + 1}{n!}$$

4) _____

5) _____

6) _____

7) _____

8) _____

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos^2 n}{n}$$

10)

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} ne^{-nx}$$

12) _____

$$13) \sqrt{\quad}$$

14) _____ по степеням

15) _____

Вариант №28

1) _____

$$2) \sqrt{\quad}$$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n n^n}$

5) _____

7) $\frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$

9) $\frac{\sqrt{\quad}}{\quad}$

11) _____

13) $\frac{1}{\sqrt[3]{x-27}}$

15)

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} 7^n}{n!}$

6) _____

8) _____

10) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n - 2^n}{n^n}$

12) _____

14) $\ln(x+5)$ по степ. $(x-1)$

Вариант №29

1) _____

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n \cdot 2^n}$

5) _____

7) _____

9) _____

11) _____

13) $\sin^4 \frac{4}{3} x - \cos^4 \frac{4}{3} x$

15) $\sqrt{\quad}$

2) $\sqrt{\quad}$

4)

6) _____

8) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4 \sqrt{\ln^3 n}}$

10) _____

12)

14) $\sqrt[5]{x}$ по степеням $(x+2)$

Вариант №30

1) — —

3)

5) — —

7) — / —

9) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[5]{n}}{3n+50}$

11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^x}{2^n}$

13) $\sqrt{\quad}$

15) $\sqrt{\quad}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + \sqrt[3]{n}}$

4) —

6) —

8) —

10)

12) —

14) $\frac{1}{x-2}$ по степеням $(x+1)$